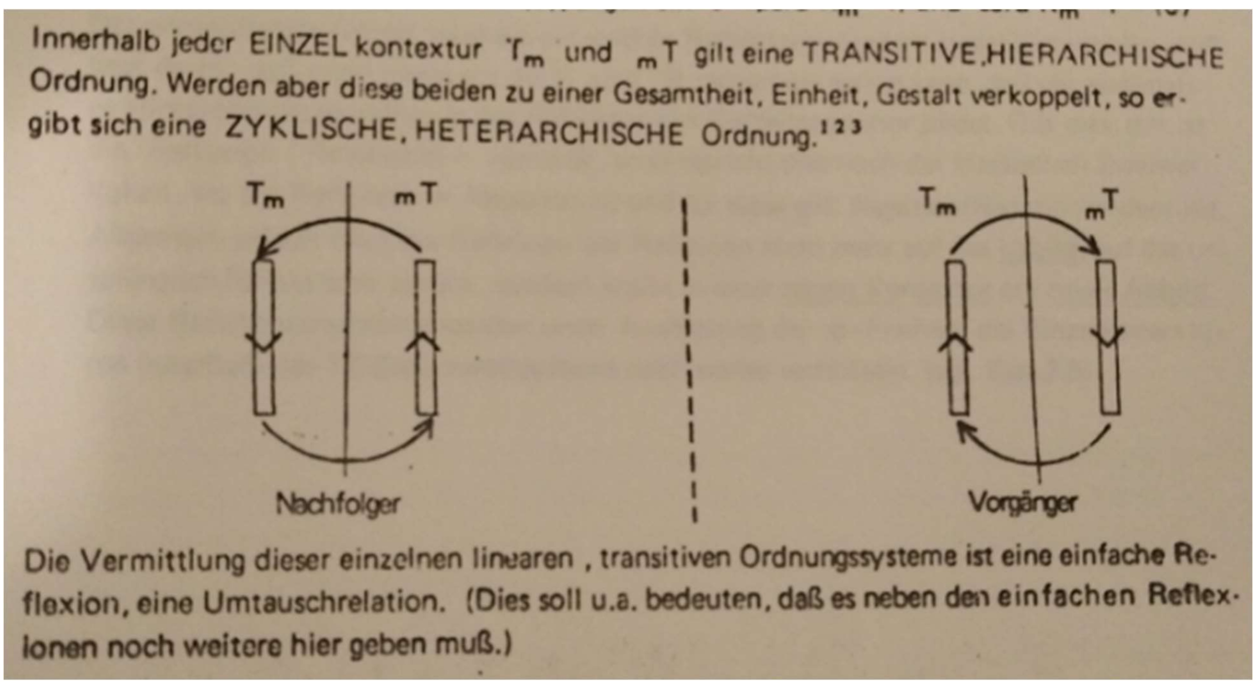
Prof. Dr. Alfred Toth

Paarweise Reflexivität der 360 Regeln semiotischer CAs

1. Auf der Grundlage der umfassenden Darstellung einer polykontexturalen Semiotik in Toth (2019a) wurden in Toth (2019b-h) die ersten Grundlagen zu einer zukünftigen Theorie semiotischer zellulärer Automaten (CAs) geschaffen. Semiotische CAs sind ihrer Natur gemäß qualitativ, denn das Zeichen ist nach Peirce eine triadische Relation, die nicht nur über einen Mittelbezug, sondern auch über einen Objekt- und einen Interpretantenbezug verfügt, d.h. das Zeichen, wie es von Bense (1981, S. 17 ff.) als Zeichenzahl eingeführt wurde, rechnet auch mit Sinn und Bedeutung. Wie auch im folgenden gezeigt wird, korrespondieren den $2^8 = 256$ Regeln der quantitativen CAs (vgl. Gardner 1970) 360 Regeln der qualitativen (semiotischen) CAs. Diese lassen sich, wie ebenfalls nochmals gezeigt wird, in Paare gleicher Outputs für jede der 15 Gruppen zu je 24 CAs subgruppieren.

2. Auf die Existenz von Paaren von reflektorischen Systemen hatte bereits Kronthaler (1986, S. 48) hingewiesen.


Innerhalb jeder EINZEL kontextur T_m und $_mT$ gilt eine TRANSITIVE,HIERARCHISCHE Ordnung. Werden aber diese beiden zu einer Gesamtheit, Einheit, Gestalt verkoppelt, so ergibt sich eine ZYKLISCHE, HETERARCHISCHE Ordnung.[123]

Die Vermittlung dieser einzelnen linearen , transitiven Ordnungssysteme ist eine einfache Reflexion, eine Umtauschrelation. (Dies soll u.a. bedeuten, daß es neben den einfachen Reflexionen noch weitere hier geben muß.)

Wir zeigen im folgenden im Anschluß an Toth (2019h), daß sich die 360 Regeln der qualitativen semiotischen CAs in Form von Paaren reflektorischer Dualität darstellen lassen, d.h. es genügen 180 Regeln plus die Dualisationsoperation.

2.1. $R = (0, 00, 01, 000)$

$(\gamma \to \beta^\circ\gamma^\circ) \to \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ$	$\times$	$(\gamma\beta \to \gamma^\circ) \to \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ$
$(\beta \to \gamma) \to \alpha^\circ\beta^\circ$	$\times$	$(\gamma^\circ \to \beta^\circ) \to \alpha^\circ\beta^\circ$
$(\gamma\beta\alpha \to \gamma^\circ) \to \beta^\circ\gamma^\circ$	$\times$	$(\gamma \to \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ) \to \beta^\circ\gamma^\circ$
$(\beta\alpha \to \gamma) \to \beta^\circ$	$\times$	$(\gamma^\circ \to \alpha^\circ\beta^\circ) \to \beta^\circ$
$(\beta^\circ \to \gamma\beta) \to \alpha^\circ$	$\times$	$(\beta^\circ\gamma^\circ \to \beta) \to \alpha^\circ$
$(\alpha^\circ \to \gamma\beta\alpha) \to \beta\alpha$	$\times$	$(\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ \to \alpha) \to \beta\alpha$
$(\alpha \to \gamma\beta) \to \beta$	$\times$	$(\beta^\circ\gamma^\circ \to \alpha^\circ) \to \beta$
$(\alpha^\circ\beta^\circ \to \gamma\beta\alpha) \to \alpha$	$\times$	$(\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ \to \beta\alpha) \to \alpha$
$(\alpha^\circ \to \beta\alpha) \to \gamma\beta\alpha$	$\times$	$(\alpha^\circ\beta^\circ \to \alpha) \to \gamma\beta\alpha$
$(\alpha \to \beta) \to \gamma\beta$	$\times$	$(\beta^\circ \to \alpha^\circ) \to \gamma\beta$
$(\gamma\beta\alpha \to \beta^\circ\gamma^\circ) \to \gamma^\circ$	$\times$	$(\gamma\beta \to \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ) \to \gamma^\circ$
$(\beta\alpha \to \beta^\circ) \to \gamma$	$\times$	$(\beta \to \alpha^\circ\beta^\circ) \to \gamma$

2.2. $R = (0, 00, 01, 001)$

$(\delta\gamma\beta \to \gamma^\circ\delta^\circ) \to \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$	$\times$	$(\delta\gamma \to \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \to \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$
$(\beta \to \delta\gamma) \to \alpha^\circ\beta^\circ$	$\times$	$(\gamma^\circ\delta^\circ \to \beta^\circ) \to \alpha^\circ\beta^\circ$
$(\beta^\circ \to \delta\gamma\beta) \to \alpha^\circ$	$\times$	$(\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \to \beta) \to \alpha^\circ$
$(\delta\gamma\beta\alpha \to \gamma^\circ\delta^\circ) \to \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$	$\times$	$(\delta\gamma \to \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \to \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$
$(\beta\alpha \to \delta\gamma) \to \beta^\circ$	$\times$	$(\gamma^\circ\delta^\circ \to \alpha^\circ\beta^\circ) \to \beta^\circ$
$(\delta\gamma\beta\alpha \to \beta^\circ\gamma^\circ\alpha^\circ) \to \gamma^\circ\delta^\circ$	$\times$	$(\delta\gamma\beta \to \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \to \gamma^\circ\delta^\circ$
$(\alpha^\circ \to \delta\gamma\beta\alpha) \to \beta\alpha$	$\times$	$(\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \to \alpha) \to \beta\alpha$
$(\alpha \to \delta\gamma\beta) \to \beta$	$\times$	$(\beta^\circ\gamma^\circ\alpha^\circ \to \alpha^\circ) \to \beta$
$(\alpha^\circ\beta^\circ \to \delta\gamma\beta\alpha) \to \alpha$	$\times$	$(\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \to \beta\alpha) \to \alpha$

$(\alpha^\circ \to \beta\alpha) \to \delta\gamma\beta\alpha$	$\times$	$(\alpha^\circ\beta^\circ \to \alpha) \to \delta\gamma\beta\alpha$
$(\alpha \to \beta) \to \delta\gamma\beta$	$\times$	$(\beta^\circ \to \alpha^\circ) \to \delta\gamma\beta$
$(\beta\alpha \to \beta^\circ) \to \delta\gamma$	$\times$	$(\beta \to \alpha^\circ\beta^\circ) \to \delta\gamma$

2.3. R = (0, 00, 01, 012)

$(\varepsilon\delta\gamma\beta \to \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \to \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ$	$\times$	$(\varepsilon\delta\gamma \to \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \to \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ$
$(\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \to \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \to \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ$	$\times$	$(\varepsilon\delta\gamma \to \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \to \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ$
$(\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \to \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \to \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ$	$\times$	$(\varepsilon\delta\gamma\beta \to \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \to \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ$
$(\beta \to \varepsilon\delta\gamma) \to \alpha^\circ\beta^\circ$	$\times$	$(\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \to \beta^\circ) \to \alpha^\circ\beta^\circ$
$(\beta\alpha \to \varepsilon\delta\gamma) \to \beta^\circ$	$\times$	$(\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \to \alpha^\circ\beta^\circ) \to \beta^\circ$
$(\beta^\circ \to \varepsilon\delta\gamma\beta) \to \alpha^\circ$	$\times$	$(\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \to \beta) \to \alpha^\circ$
$(\alpha^\circ \to \varepsilon\delta\gamma\alpha) \to \beta\alpha$	$\times$	$(\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \to \alpha) \to \beta\alpha$
$(\alpha \to \varepsilon\delta\gamma\beta) \to \beta$	$\times$	$(\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \to \alpha^\circ) \to \beta$
$(\alpha^\circ\beta^\circ \to \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha) \to \alpha$	$\times$	$(\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \to \beta\alpha) \to \alpha$
$(\alpha^\circ \to \beta\alpha) \to \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha$	$\times$	$(\alpha^\circ\beta^\circ \to \alpha) \to \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha$
$(\alpha \to \beta) \to \varepsilon\delta\gamma\beta$	$\times$	$(\beta^\circ \to \alpha^\circ) \to \varepsilon\delta\gamma\beta$
$(\beta\alpha \to \beta^\circ) \to \varepsilon\delta\gamma$	$\times$	$(\beta \to \alpha^\circ\beta^\circ) \to \varepsilon\delta\gamma$

2.4. R = (0, 00, 000, 001)

$(\delta\gamma\beta \to \delta^\circ) \to \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$	$\times$	$(\delta \to \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \to \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$
$(\gamma\beta \to \delta) \to \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ$	$\times$	$(\delta^\circ \to \beta^\circ\gamma^\circ) \to \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ$
$(\delta\gamma\beta\alpha \to \delta^\circ) \to \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$	$\times$	$(\delta \to \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \to \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$
$(\gamma\beta\alpha \to \delta) \to \beta^\circ\gamma^\circ$	$\times$	$(\delta^\circ \to \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ) \to \beta^\circ\gamma^\circ$
$(\beta^\circ\gamma^\circ \to \delta\gamma\beta) \to \alpha^\circ$	$\times$	$(\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \to \gamma\beta) \to \alpha^\circ$

$(\alpha°\beta°\gamma° \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \alpha$	$\times$	$(\alpha°\beta°\gamma°\delta° \rightarrow \gamma\beta\alpha) \rightarrow \alpha$
$(\alpha° \rightarrow \gamma\beta\alpha) \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha$	$\times$	$(\alpha°\beta°\gamma° \rightarrow \alpha) \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha$
$(\alpha \rightarrow \gamma\beta) \rightarrow \delta\gamma\beta$	$\times$	$(\beta°\gamma° \rightarrow \alpha°) \rightarrow \delta\gamma\beta$
$(\alpha° \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \gamma\beta\alpha$	$\times$	$(\alpha°\beta°\gamma°\delta° \rightarrow \alpha) \rightarrow \gamma\beta\alpha$
$(\alpha \rightarrow \delta\gamma\beta) \rightarrow \gamma\beta$	$\times$	$(\beta°\gamma°\delta° \rightarrow \alpha°) \rightarrow \gamma\beta$
$(\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \beta°\gamma°\delta°) \rightarrow \delta°$	$\times$	$(\delta\gamma\beta \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°\delta°) \rightarrow \delta°$
$(\gamma\beta\alpha \rightarrow \beta°\gamma°) \rightarrow \delta$	$\times$	$(\gamma\beta \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°) \rightarrow \delta$

2.5. R = (0, 00, 000, 012)

$(\varepsilon\delta\gamma\beta \rightarrow \delta°\varepsilon°) \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon°$	$\times$	$(\varepsilon\delta \rightarrow \beta°\gamma°\delta°\varepsilon°) \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon°$
$(\gamma\beta \rightarrow \varepsilon\delta) \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°$	$\times$	$(\delta°\varepsilon° \rightarrow \beta°\gamma°) \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°$
$(\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \delta°\varepsilon°) \rightarrow \beta°\gamma°\delta°\varepsilon°$	$\times$	$(\varepsilon\delta \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon°) \rightarrow \beta°\gamma°\delta°\varepsilon°$
$(\gamma\beta\alpha \rightarrow \varepsilon\delta) \rightarrow \beta°\gamma°$	$\times$	$(\delta°\varepsilon° \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°) \rightarrow \beta°\gamma°$
$(\beta°\gamma° \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta) \rightarrow \alpha°$	$\times$	$(\beta°\gamma°\delta°\varepsilon° \rightarrow \gamma\beta) \rightarrow \alpha°$
$(\alpha° \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \gamma\beta\alpha$	$\times$	$(\alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon° \rightarrow \alpha) \rightarrow \gamma\beta\alpha$
$(\alpha \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta) \rightarrow \gamma\beta$	$\times$	$(\beta°\gamma°\delta°\varepsilon° \rightarrow \alpha°) \rightarrow \gamma\beta$
$(\alpha°\beta°\gamma° \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \alpha$	$\times$	$(\alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon° \rightarrow \gamma\beta\alpha) \rightarrow \alpha$
$(\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \beta°\gamma°\delta°\varepsilon°) \rightarrow \delta°\varepsilon°$	$\times$	$(\varepsilon\delta\gamma\beta \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon°) \rightarrow \delta°\varepsilon°$
$(\alpha° \rightarrow \gamma\beta\alpha) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha$	$\times$	$(\alpha°\beta°\gamma° \rightarrow \alpha) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha$
$(\alpha, \gamma\beta) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta$	$\times$	$(\beta°\gamma° \rightarrow \alpha°) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta$
$(\gamma\beta\alpha \rightarrow \beta°\gamma°) \rightarrow \varepsilon\delta$	$\times$	$(\gamma\beta \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°) \rightarrow \varepsilon\delta$

2.6. R = (0, 00, 001, 012)

$(\varepsilon\delta\gamma\beta \rightarrow \varepsilon°) \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon°$	$\times$	$(\varepsilon \rightarrow \beta°\gamma°\delta°\varepsilon°) \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon°$

$(\delta\gamma\beta \rightarrow \varepsilon) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \quad \times \quad (\varepsilon^\circ \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$

$(\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \varepsilon^\circ) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \quad \times \quad (\varepsilon \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ$

$(\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \varepsilon) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \quad \times \quad (\varepsilon^\circ \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$

$(\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta) \rightarrow \alpha^\circ \quad \times \quad (\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta) \rightarrow \alpha^\circ$

$(\alpha^\circ\, \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \alpha \quad \times \quad (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \alpha$

$(\alpha^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \quad \times \quad (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \alpha) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha$

$(\alpha \rightarrow \delta\gamma\beta) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta \quad \times \quad (\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \alpha^\circ) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta$

$(\alpha^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha \quad \times \quad (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \alpha) \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha$

$(\alpha \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta) \rightarrow \delta\gamma\beta \quad \times \quad (\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \alpha^\circ) \rightarrow \delta\gamma\beta$

$(\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta) \rightarrow \varepsilon^\circ \quad \times \quad (\varepsilon\delta\gamma\beta \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \varepsilon^\circ$

$(\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \varepsilon \quad \times \quad (\delta\gamma\beta \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \varepsilon$

2.7. $R = (0, 01, 000, 001)$

$(\delta\gamma \rightarrow \delta^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \quad \times \quad (\delta \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$

$(\gamma \rightarrow \delta) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ \quad \times \quad (\delta^\circ \rightarrow \gamma^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ$

$(\gamma^\circ \rightarrow \delta\gamma) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ \quad \times \quad (\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \gamma) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ$

$(\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \delta^\circ) \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ \quad \times \quad (\delta \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ$

$(\gamma\beta\alpha \rightarrow \delta) \rightarrow \gamma^\circ \quad \times \quad (\delta^\circ \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ) \rightarrow \gamma^\circ$

$(\alpha^\circ\beta^\circ \rightarrow \gamma\beta\alpha) \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha \quad \times \quad (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ \rightarrow \beta\alpha) \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha$

$(\beta\alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow \delta\gamma \quad \times \quad (\gamma^\circ \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ) \rightarrow \delta\gamma$

$(\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \beta\alpha) \rightarrow \gamma\beta\alpha \quad \times \quad (\alpha^\circ\beta^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \gamma\beta\alpha$

$(\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \beta\alpha \quad \times \quad (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \gamma\beta\alpha) \rightarrow \beta\alpha$

$(\beta\alpha \rightarrow \delta\gamma) \rightarrow \gamma \quad \times \quad (\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ) \rightarrow \gamma$

$(\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \delta^\circ \quad \times \quad (\delta\gamma \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \delta^\circ$

$(\gamma\beta\alpha \to \gamma°) \to \delta$	$\times$	$(\gamma \to \alpha°\beta°\gamma°) \to \delta$

2.8. $R = (0, 01, 000, 012)$

$(\varepsilon\delta\gamma \to \delta°\varepsilon°) \to \alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon°$	$\times$	$(\varepsilon\delta \to \gamma°\delta°\varepsilon°) \to \alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon°$
$(\gamma \to \varepsilon\delta) \to \alpha°\beta°\gamma°$	$\times$	$(\delta°\varepsilon° \to \gamma°) \to \alpha°\beta°\gamma°$
$(\gamma° \to \varepsilon\delta\gamma) \to \alpha°\beta°$	$\times$	$(\gamma°\delta°\varepsilon° \to \gamma) \to \alpha°\beta°$
$(\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \to \delta°\varepsilon°) \to \gamma°\delta°\varepsilon$	$\times$	$(\varepsilon\delta \to \alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon°) \to \gamma°\delta°\varepsilon°$
$(\gamma\beta\alpha \to \varepsilon\delta) \to \gamma°$	$\times$	$(\delta°\varepsilon° \to \alpha°\beta°\gamma°) \to \gamma°$
$(\alpha°\beta° \to \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha) \to \gamma\beta\alpha$	$\times$	$(\delta°\varepsilon° \to \beta\alpha) \to \gamma\beta\alpha$
$(\alpha°\beta°\gamma° \to \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha) \to \beta\alpha$	$\times$	$(\alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon° \to \gamma\beta\alpha) \to \beta\alpha$
$(\beta\alpha \to \varepsilon\delta\gamma) \to \gamma$	$\times$	$(\gamma°\delta°\varepsilon° \to \alpha°\beta°) \to \gamma$
$(\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \to \gamma°\delta°\varepsilon°) \to \delta°\varepsilon°$	$\times$	$(\varepsilon\delta\gamma \to \alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon°) \to \delta°\varepsilon°$
$(\alpha°\beta° \to \gamma\beta\alpha) \to \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha$	$\times$	$(\alpha°\beta°\gamma° \to \beta\alpha) \to \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha$
$(\beta\alpha \to \gamma) \to \varepsilon\delta\gamma$	$\times$	$(\gamma \to \alpha°\beta°) \to \varepsilon\delta\gamma$
$(\gamma\beta\alpha \to \gamma°) \to \varepsilon\delta$	$\times$	$(\gamma \to \alpha°\beta°\gamma°) \to \varepsilon\delta$

2.9. $R = (0, 01, 001, 012)$

$(\varepsilon\delta\gamma \to \varepsilon°) \to \alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon°$	$\times$	$(\varepsilon \to \gamma°\delta°\varepsilon°) \to \alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon°$
$(\delta\gamma \to \varepsilon) \to \alpha°\beta°\gamma°\delta°$	$\times$	$(\varepsilon° \to \gamma°\delta°) \to \alpha°\beta°\gamma°\delta°$
$(\gamma°\delta° \to \varepsilon\delta\gamma) \to \alpha°\beta°$	$\times$	$(\alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon° \to \delta\gamma) \to \alpha°\beta°$
$(\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \to \varepsilon°) \to \gamma°\delta°\varepsilon°$	$\times$	$(\varepsilon \to \alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon°) \to \gamma°\delta°\varepsilon°$
$(\delta\gamma\beta\alpha \to \varepsilon) \to \gamma°\delta°$	$\times$	$(\varepsilon° \to \alpha°\beta°\gamma°\delta°) \to \gamma°\delta°$
$(\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \to \gamma°\delta°\varepsilon°) \to \varepsilon°$	$\times$	$(\varepsilon\delta\gamma \to \alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon°) \to \varepsilon°$
$(\alpha°\beta° \to \delta\gamma\beta\alpha) \to \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha$	$\times$	$(\delta\gamma\beta\alpha \to \beta\alpha) \to \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha$

$(\beta\alpha \rightarrow \delta\gamma) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma \quad \times \quad (\gamma°\delta° \rightarrow \alpha°\beta°) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma$

$(\beta\alpha \rightarrow \varepsilon\delta\gamma) \rightarrow \delta\gamma \quad \times \quad (\gamma°\delta°\varepsilon° \rightarrow \alpha°\beta°) \rightarrow \delta\gamma$

$(\alpha°\beta° \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha \quad \times \quad (\alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon° \rightarrow \beta\alpha) \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha$

$(\alpha°\beta°\gamma°\delta° \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \beta\alpha \quad \times \quad (\alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon° \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \beta\alpha$

$(\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \gamma°\delta°) \rightarrow \varepsilon \quad \times \quad (\delta\gamma \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°\delta°) \rightarrow \varepsilon$

2.10. R = (0, 000, 001, 012)

$(\varepsilon\delta \rightarrow \varepsilon°) \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon° \quad \times \quad (\varepsilon \rightarrow \delta°\varepsilon°) \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon°$

$(\delta \rightarrow \varepsilon) \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°\delta° \quad \times \quad (\varepsilon° \rightarrow \delta°) \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°\delta°$

$(\delta° \rightarrow \varepsilon\delta) \rightarrow \alpha°\beta°\gamma° \quad \times \quad (\delta°\varepsilon° \rightarrow \delta°) \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°$

$(\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \varepsilon°) \rightarrow \delta°\varepsilon° \quad \times \quad (\varepsilon \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon°) \rightarrow \delta°\varepsilon°$

$(\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \varepsilon) \rightarrow \delta° \quad \times \quad (\varepsilon° \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°\delta°) \rightarrow \delta°$

$(\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \delta°\varepsilon°) \rightarrow \varepsilon° \quad \times \quad (\varepsilon\delta \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon°) \rightarrow \varepsilon°$

$(\alpha°\beta°\gamma° \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \quad \times \quad (\alpha°\beta°\gamma°\delta° \rightarrow \gamma\beta\alpha) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha$

$(\alpha°\beta°\gamma° \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha \quad \times \quad (\alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon° \rightarrow \gamma\beta\alpha) \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha$

$(\alpha°\beta°\gamma°\delta° \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \gamma\beta\alpha \quad \times \quad (\alpha°\beta°\gamma°\delta°\varepsilon° \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \gamma\beta\alpha$

$(\gamma\beta\alpha \rightarrow \delta) \rightarrow \varepsilon\delta \quad \times \quad (\delta° \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°) \rightarrow \varepsilon\delta$

$(\gamma\beta\alpha \rightarrow \varepsilon\delta) \rightarrow \delta \quad \times \quad (\delta°\varepsilon° \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°) \rightarrow \delta$

$(\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \delta°) \rightarrow \varepsilon \quad \times \quad (\delta \rightarrow \alpha°\beta°\gamma°\delta°) \rightarrow \varepsilon$

2.11. R = (00, 01, 000, 001)

$(\delta\gamma \rightarrow \delta°) \rightarrow \beta°\gamma°\delta° \quad \times \quad (\delta \rightarrow \gamma°\delta°) \rightarrow \beta°\gamma°\delta°$

$(\gamma \rightarrow \delta) \rightarrow \beta°\gamma° \quad \times \quad (\delta° \rightarrow \gamma°) \rightarrow \beta°\gamma°$

$(\gamma° \rightarrow \delta\gamma) \rightarrow \beta° \quad \times \quad (\gamma°\delta° \rightarrow \gamma) \rightarrow \beta°$

$(\delta\gamma\beta \to \delta^\circ) \to \gamma^\circ\delta^\circ \quad \times \quad (\delta \to \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \to \gamma^\circ\delta^\circ$

$(\gamma\beta \to \delta) \to \gamma^\circ \quad \times \quad (\delta^\circ \to \beta^\circ\gamma^\circ) \to \gamma^\circ$

$(\delta\gamma\beta \to \gamma^\circ\delta^\circ) \to \delta^\circ \quad \times \quad (\delta\gamma \to \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \to \delta^\circ$

$(\beta^\circ \to \gamma\beta) \to \delta\gamma\beta \quad \times \quad (\beta^\circ\gamma^\circ \to \beta) \to \delta\gamma\beta$

$(\beta \to \gamma) \to \delta\gamma \quad \times \quad (\gamma^\circ \to \beta^\circ) \to \delta\gamma$

$(\beta^\circ \to \delta\gamma\beta) \to \gamma\beta \quad \times \quad (\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \to \beta) \to \gamma\beta$

$(\gamma\beta \to \gamma^\circ) \to \delta \quad \times \quad (\gamma \to \beta^\circ\gamma^\circ) \to \delta$

$(\beta \to \delta\gamma) \to \gamma \quad \times \quad (\gamma^\circ\delta^\circ \to \beta^\circ) \to \gamma$

$(\beta^\circ\gamma^\circ \to \delta\gamma\beta) \to \beta \quad \times \quad (\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \to \gamma\beta) \to \beta$

2.12. $R = (00, 01, 000, 012)$

$(\varepsilon\delta\gamma \to \delta^\circ\varepsilon^\circ) \to \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \quad \times \quad (\varepsilon\delta \to \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \to \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ$

$(\varepsilon\delta\gamma\beta \to \delta^\circ\varepsilon^\circ) \to \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \quad \times \quad (\varepsilon\delta \to \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \to \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ$

$(\gamma \to \varepsilon\delta) \to \beta^\circ\gamma^\circ \quad \times \quad (\delta^\circ\varepsilon^\circ \to \gamma^\circ) \to \beta^\circ\gamma^\circ$

$(\gamma^\circ \to \varepsilon\delta\gamma) \to \beta^\circ \quad \times \quad (\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \to \gamma) \to \beta^\circ$

$(\gamma\beta \to \varepsilon\delta) \to \gamma^\circ \quad \times \quad (\delta^\circ\varepsilon^\circ \to \beta^\circ\gamma^\circ) \to \gamma^\circ$

$(\beta^\circ \to \gamma\beta) \to \varepsilon\delta\gamma\beta \quad \times \quad (\beta^\circ\gamma^\circ \to \beta) \to \varepsilon\delta\gamma\beta$

$(\beta \to \gamma) \to \varepsilon\delta\gamma \quad \times \quad (\gamma^\circ \to \beta^\circ) \to \varepsilon\delta\gamma$

$(\beta^\circ \to \varepsilon\delta\gamma\beta) \to \gamma\beta \quad \times \quad (\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \to \beta) \to \gamma\beta$

$(\beta \to \varepsilon\delta\gamma) \to \gamma \quad \times \quad (\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \to \beta^\circ) \to \gamma$

$(\beta^\circ\gamma^\circ \to \varepsilon\delta\gamma\beta) \to \beta \quad \times \quad (\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \to \gamma\beta) \to \beta$

$(\varepsilon\delta\gamma\beta \to \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \to \delta^\circ\varepsilon^\circ \quad \times \quad (\varepsilon\delta\gamma \to \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \to \delta^\circ\varepsilon^\circ$

$(\gamma\beta \to \gamma^\circ) \to \varepsilon\delta \quad \times \quad (\gamma \to \beta^\circ\gamma^\circ) \to \varepsilon\delta$

2.13. R = (00, 01, 001, 012)

$(\varepsilon\delta\gamma \to \varepsilon°) \to \beta°\gamma°\delta°\varepsilon°$	$\times$	$(\varepsilon \to \gamma°\delta°\varepsilon°) \to \beta°\gamma°\delta°\varepsilon°$
$(\delta\gamma \to \varepsilon) \to \beta°\gamma°\delta°$	$\times$	$(\varepsilon° \to \gamma°\delta°) \to \beta°\gamma°\delta°$
$(\varepsilon\delta\gamma\beta \to \varepsilon°) \to \gamma°\delta°\varepsilon°$	$\times$	$(\varepsilon \to \beta°\gamma°\delta°\varepsilon°) \to \gamma°\delta°\varepsilon°$
$(\delta\gamma\beta \to \varepsilon) \to \gamma°\delta°$	$\times$	$(\varepsilon° \to \beta°\gamma°\delta°) \to \gamma°\delta°$
$(\gamma°\delta° \to \varepsilon\delta\gamma) \to \beta°$	$\times$	$(\gamma°\delta°\varepsilon° \to \delta\gamma) \to \beta°$
$(\varepsilon\delta\gamma\beta \to \gamma°\delta°\varepsilon°) \to \varepsilon°$	$\times$	$(\varepsilon\delta\gamma \to \beta°\gamma°\delta°\varepsilon°) \to \varepsilon°$
$(\beta° \to \delta\gamma\beta) \to \varepsilon\delta\gamma\beta$	$\times$	$(\beta°\gamma°\delta° \to \beta) \to \varepsilon\delta\gamma\beta$
$(\beta \to \delta\gamma) \to \varepsilon\delta\gamma$	$\times$	$(\gamma°\delta° \to \beta°) \to \varepsilon\delta\gamma$
$(\beta° \to \varepsilon\delta\gamma\beta) \to \delta\gamma\beta$	$\times$	$(\beta°\gamma°\delta°\varepsilon° \to \beta) \to \delta\gamma\beta$
$(\beta \to \varepsilon\delta\gamma) \to \delta\gamma$	$\times$	$(\gamma°\delta°\varepsilon° \to \beta°) \to \delta\gamma$
$(\beta°\gamma°\delta° \to \varepsilon\delta\gamma\beta) \to \beta$	$\times$	$(\beta°\gamma°\delta°\varepsilon° \to \delta\gamma\beta) \to \beta$
$(\delta\gamma\beta \to \gamma°\delta°) \to \varepsilon$	$\times$	$(\delta\gamma \to \delta\gamma\beta) \to \varepsilon$

2.14. R= (00, 000, 001, 012)

$(\varepsilon\delta \to \varepsilon°) \to \beta°\gamma°\delta°\varepsilon°$	$\times$	$(\varepsilon \to \delta°\varepsilon°) \to \beta°\gamma°\delta°\varepsilon°$
$(\delta \to \varepsilon) \to \beta°\gamma°\delta°$	$\times$	$(\varepsilon° \to \delta°) \to \beta°\gamma°\delta°$
$(\delta°\varepsilon° \to \delta) \to \beta°\gamma°$	$\times$	$(\delta° \to \varepsilon\delta) \to \beta°\gamma°$
$(\varepsilon\delta\gamma\beta \to \delta°\varepsilon°) \to \varepsilon°$	$\times$	$(\varepsilon\delta \to \beta°\gamma°\delta°\varepsilon°) \to \varepsilon°$
$(\delta\gamma\beta \to \varepsilon) \to \delta°$	$\times$	$(\varepsilon° \to \delta\gamma\beta) \to \delta°$
$(\varepsilon\delta\gamma\beta \to \varepsilon°) \to \delta°\varepsilon°$	$\times$	$(\varepsilon \to \varepsilon\delta\gamma\beta) \to \delta°\varepsilon°$
$(\beta°\gamma° \to \delta\gamma\beta) \to \varepsilon\delta\gamma\beta$	$\times$	$(\beta°\gamma°\delta° \to \gamma\beta) \to \varepsilon\delta\gamma\beta$
$(\beta°\gamma° \to \varepsilon\delta\gamma\beta) \to \delta\gamma\beta$	$\times$	$(\beta°\gamma°\delta°\varepsilon° \to \gamma\beta) \to \delta\gamma\beta$
$(\beta°\gamma°\delta°\varepsilon° \to \delta\gamma\beta) \to \gamma\beta$	$\times$	$(\beta°\gamma°\delta° \to \varepsilon\delta\gamma\beta) \to \gamma\beta$

$(\gamma\beta \rightarrow \delta) \rightarrow \varepsilon\delta \quad \times \quad (\delta° \rightarrow \beta°\gamma°) \rightarrow \varepsilon\delta$

$(\gamma\beta \rightarrow \varepsilon\delta) \rightarrow \delta \quad \times \quad (\delta°\varepsilon° \rightarrow \beta°\gamma°) \rightarrow \delta$

$(\delta\gamma\beta \rightarrow \delta°) \rightarrow \varepsilon \quad \times \quad (\delta \rightarrow \beta°\gamma°\delta°) \rightarrow \varepsilon$

2.15. R = (01, 000, 001, 012)

$(\varepsilon\delta \rightarrow \varepsilon°) \rightarrow \gamma°\delta°\varepsilon° \quad \times \quad (\varepsilon \rightarrow \delta°\varepsilon°) \rightarrow \gamma°\delta°\varepsilon°$

$(\delta \rightarrow \varepsilon) \rightarrow \gamma°\delta° \quad \times \quad (\varepsilon° \rightarrow \delta°) \rightarrow \gamma°\delta°$

$(\varepsilon\delta\gamma \rightarrow \varepsilon°) \rightarrow \delta°\varepsilon° \quad \times \quad (\varepsilon \rightarrow \gamma°\delta°\varepsilon°) \rightarrow \delta°\varepsilon°$

$(\delta° \rightarrow \varepsilon\delta) \rightarrow \gamma° \quad \times \quad (\delta°\varepsilon° \rightarrow \delta) \rightarrow \gamma°$

$(\delta\gamma \rightarrow \varepsilon) \rightarrow \delta° \quad \times \quad (\varepsilon° \rightarrow \gamma°\delta°) \rightarrow \delta°$

$(\varepsilon\delta\gamma \rightarrow \delta°\varepsilon°) \rightarrow \varepsilon° \quad \times \quad (\varepsilon \rightarrow \gamma°\delta°\varepsilon°) \rightarrow \varepsilon°$

$(\gamma° \rightarrow \varepsilon\delta\gamma) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma \quad \times \quad (\gamma°\delta°\varepsilon° \rightarrow \gamma) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma$

$(\gamma°\delta° \rightarrow \gamma) \rightarrow \delta\gamma \quad \times \quad (\gamma° \rightarrow \delta\gamma) \rightarrow \delta\gamma$

$(\gamma°\delta° \rightarrow \varepsilon\delta\gamma) \rightarrow \gamma \quad \times \quad (\gamma°\delta°\varepsilon° \rightarrow \delta\gamma) \rightarrow \gamma$

$(\gamma \rightarrow \delta) \rightarrow \varepsilon\delta \quad \times \quad (\delta° \rightarrow \gamma°) \rightarrow \varepsilon\delta$

$(\gamma \rightarrow \varepsilon\delta) \rightarrow \delta \quad \times \quad (\delta°\varepsilon° \rightarrow \gamma°) \rightarrow \delta$

$(\delta\gamma \rightarrow \delta°) \rightarrow \varepsilon \quad \times \quad (\delta \rightarrow \gamma°\delta°) \rightarrow \varepsilon$

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Gardner, Martin, Mathematical Games: The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game "Life". In: Scientific American, vol. 223 (Oct. 1970), S. 120–123

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Grundlegung einer polykontexturalen Semiotik. Tucson, AZ, 2019 (= 2019a)

Toth, Alfred, Polykontexturale semiotische Automaten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Die Autoreproduktion von Subzeichen in semiotischen Automaten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

Toth, Alfred, Die Autoreproduktion von Proto- und Deuterozahlen in semiotischen Automaten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019d

Toth, Alfred, Die Morphismen der Proto- und Deuterosemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019e

Toth, Alfred, Kategorientheoretische Darstellung polykontexturaler semiotischer Automaten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019f

Toth, Alfred, Phasenübergänge bei polykontexturalen semiotischen Automaten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019g

Toth, Alfred, Phasen Die qualitativen Gruppen der 360 Regeln semiotischer CAs. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019h

21.6.2019